

**ΤΕΤΑΡΤΗ  
7 ΜΑΪΟΥ  
2025**

**ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ  
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ  
ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2025**

**Γ ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

## **ΟΔΗΓΙΕΣ**

### **ΠΟΤΕ ;**

*Οι εκφωνήσεις θα  
αναρτηθούν στις  
7.5.2025*

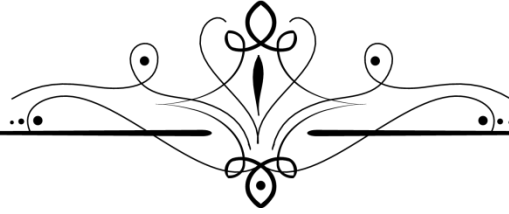
### **ΣΥΜΜΕΤΕΧΟΥΝ**

Οι μαθητές. Θα στέλνουν τις  
απαντήσεις τους στο  
παρακάτω email και θα  
λαμβάνουν extra ένα πιο  
απαιτητικό διαγώνισμα

### **ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ**

Αντωνόπουλος Ν.  
Κουστέρης Χ.  
Μπεληγιάννης Α.  
Σίσκας Χ.  
Ποδηματάς Θ.  
Χατζόπουλος Μ.

## **ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΕΓΓΡΑΦΗ**



## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

A  
B  
Γ

## ΛΥΚΕΙΟΥ



### Διαγώνισμα Προσομοίωσης

Η **lisari team** προσφέρει σε όλους τους μαθητές Α' και Β' Λυκείου πέντε διαγωνίσματα Προσομοίωσης στην Άλγεβρα και για τους μαθητές της Γ' Λυκείου στο μάθημα Προσανατολισμού



### Σχολικό Έτος 2024 - 25

Επειδή κάθε έτος έχει τις δικές του ιδιαιτερότητες, προσφέρουμε ανανεωμένα διαγωνίσματα προσομοίωσης για κάθε μαθητή Γενικού Λυκείου.

### Θεματοδότες

Τα θέματα επιμελούνται μέλη της **lisari team** όπου θα αναφέρονται ρητώς στο εξώφυλλο κάθε έργου.



### Συντονισμός

Συντονίζει την προσπάθεια το μέλος της **lisari team** **Μάκης Χατζόπουλος** (Πρότυπο ΓΕΛ Βαρβακείου Σχολής).

Οποιαδήποτε σχόλια, παρατηρήσεις, διορθώσεις και βελτιώσεις επί των λύσεων είναι ευπρόσδεκτα στην ηλεκτρονική διεύθυνση [lisari.blogspot@gmail.com](mailto:lisari.blogspot@gmail.com).

Με εκτίμηση

**lisari**<sup>team</sup>

**Μάιος 2025**

# lisari team

1. Αντωνόπουλος Νίκος (3ο Γενικό Λύκειο Άργους)
2. Αυγερινός Βασίλης (Φροντιστήριο "Διάταξη" - Ν. Σμύρνη)
3. Βελαώρας Γιάννης (Φροντιστήριο "Βελαώρας" - Λιβαδειά Βοιωτίας)
4. Βοσκάκης Σήφης (Φροντιστήριο "Ευθύνη" - Ρέθυμνο)
5. Γιαννόπουλος Μιχάλης (Αμερικάνικη Γεωργική Σχολή - Θεσσαλονίκη)
6. Γκριμπαβιώτης Παναγιώτης (Φροντιστήριο "Λύση" - Άρτα)
7. Δούδης Δημήτρης (3ο Λύκειο Αλεξανδρούπολης)
8. Ζαμπέλης Γιάννης (Φροντιστήρια "Πουκαμισός" Γλυφάδας)
9. Κακαβάς Βασίλης (Φροντιστήριο "Ωθηση" - Μαρούσι)
10. Κάκανος Γιάννης (Φροντιστήριο Κάκανος - Σέρρες)
11. Κανάβης Χρήστος (Πρότυπο Γενικό Λύκειο Ευαγγελικής Σχολής Σμύρνης)
12. Κατζιώτη Χαρά (Δημόσια υπάλληλος - Πρέβεζα)
13. Κουλούρης Ανδρέας (3ο ΓΕΛ Γαλατσίου)
14. Κουστέρης Χρήστος (Φροντιστήριο «Στόχος» - Περιστέρη)
15. Κοπάδης Αθανάσιος (Φροντιστήριο 19+ στο Πολύγωνο και Ευρωπαϊκό Πρότυπο)
16. Κοσόγλου Ιορδάνης (ΓΕ.Λ Αριδαίας)
17. Λιγνός Ορέστης (φοιτητής στο ΕΚΠΑ – Τμήμα: Μαθηματικό)
18. Μανώλης Ανδρέας (Φροντιστήριο "Ρηγάκης" και Φροντιστήριο 20' – Κοζάνη)
19. Μαρούγκας Χρήστος (3ο ΓΕΛ Κηφισιάς)
20. Μπαδέμης Δημήτρης (Εκπαιδευτήρια Ν. Ζαγοριανάκου- Αθήνα)
21. Μπεληγιάννης Αθανάσιος (1ο Πρότυπο Γενικό Λύκειο Χαλκίδας)
22. Νάννος Μιχάλης (1ο Γυμνάσιο Σαλαμίνας)
23. Παγώνης Θεόδωρος (Φροντιστήριο "εις τη ν" - Αγρίνιο)
24. Παπαμικρούλης Δημήτρης (Εκπαιδευτικός Οργανισμός "Ρόμβος" - Γλυφάδα)
25. Ποδηματάς Θωμάς ( Σπουδαστήριο Μαθηματικών Θωμάς και Ρόζα Ποδηματά - Βόλος)
26. Πολύζος Γιώργος (τ. πάρεδρος στο Παιδαγωγικό Ινστιτούτο, συγγραφέας)
27. Ράπτης Γιώργος (6ο ΓΕΛ Βόλου)
28. Σίοκας Χρήστος (Αριστοτέλειο Κολλέγιο Θεσσαλονίκης)
29. Σκομπρής Νίκος (Συγγραφέας – 1ο Γενικό Λύκειο Χαλκίδας)
30. Σπλήνης Νίκος (Φροντιστής – Ηράκλειο Κρήτης)
31. Σταυρόπουλος Παύλος (Ιδιωτικά Εκπαιδευτήρια Δούκα)
32. Σταυρόπουλος Σταύρος (Πρόεδρος Ε.Μ.Ε Κορινθίας - ΓΕΛ Ζευγολατιού)
33. Τάσος Νίκος (τ. Σύμβουλος Ι.Ε.Π.)
34. Τσακαλάκος Τάκης (Συνταξιούχος αλλά ενεργός μαθηματικός)
35. Τσιριόπουλος Μπάμπης (Συνταξιούχος , συγγραφέας)
36. Χαραλάμπος Σταύρος (Διευθυντής 3 Γενικό Λύκειο Λαμίας)
37. Χασάπης Γεώργιος (Ιδιωτικός υπάλληλος - Ρόδος)
38. Χατζόπουλος Μάκης (Πρότυπο Γενικό Λύκειο Βαρβακειού Σχολής)



<b>ΤΑΞΗ:</b>	<b>Γ' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ</b>
<b>ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΣ:</b>	<b>ΘΕΤΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ / ΣΠΟΥΔΩΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ &amp; ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ</b>
<b>ΜΑΘΗΜΑ:</b>	<b>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ</b>

**Ημερομηνία: Τετάρτη 7 Μαΐου 2025**

**Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες**

### **ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

#### **ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω μια συνάρτηση  $f$  ορισμένη σ' ένα διάστημα  $\Delta$  και  $x_0$  ένα εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ . Αν η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0$  και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε να αποδείξετε ότι  $f'(x_0) = 0$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  με πεδία ορισμού  $A$  και  $B$  αντίστοιχα. Να ορίσετε τη συνάρτηση  $\frac{f}{g}$ .

**Μονάδες 4**

**A3.** Πότε θα λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  στρέφει τα κοίλα προς τα κάτω ή είναι κοίλη στο διάστημα  $\Delta$ ;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σ' ένα σημείο  $x_0$  τότε, δεν μπορεί να είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό.

**β)** Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $-f$  είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα  $x'x$ , της γραφικής παράστασης της  $f$ .

**γ)** Αν  $f, g, h$  είναι τρεις συναρτήσεις και ορίζεται η  $h \circ (g \circ f)$ , τότε ορίζεται και η  $(h \circ g) \circ f$  και ισχύει  $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$ .

**δ)** Μια συνάρτηση  $f$  είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο  $y$  του συνόλου τιμών της η εξίσωση  $f(x) = y$  έχει τουλάχιστον μια λύση ως προς  $x$ .

**ε)** Αν  $\int_a^b f(x) dx = 0$  και η  $f$  δεν είναι παντού μηδέν στο  $[a, b]$ , τότε η  $f$  παίρνει δύο ετερόσημες τιμές.

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f, g$  τέτοιες, ώστε  $f(x) = x + \frac{\alpha}{x}$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  και  $g(x) = \frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^3 + x}$ . Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο της  $A(2, f(2))$  είναι παράλληλη στην ευθεία  $3x - 4y + 2025 = 0$ , τότε:

**B1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 1$ .

**Μονάδες 8**

**B2.** Να αποδείξετε ότι  $f = g$ .

**Μονάδες 4**

**B3.** Να αποδείξετε ότι  $g\left(\frac{1}{x}\right) = g(x)$  για κάθε  $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$  (μονάδες 3) και στη συνέχεια να εξετάσετε αν ορίζεται η αντίστροφη της συνάρτησης  $f$ . (μονάδες 2)

**Μονάδες 5**

**B4.** Να μελετήσετε και να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $g$ .

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η άρτια συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοια, ώστε  $f(x) = \eta\mu^2 x + \alpha \eta\mu x$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = 0$  (μονάδες 3) και  $f''(x) + 4f(x) = 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . (μονάδες 3)

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , τους άξονες συντεταγμένων και την ευθεία  $x = \pi$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ (1 - e^{-f(x)}) \ln f(x) \right]$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Αν  $h(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x^2}, & x \in [-\pi, 0) \cup (0, \pi] \\ 1, & x = 0 \end{cases}$ , τότε να αποδείξετε ότι η  $h$  ότι ικανοποιεί τις υποθέσεις του θεωρήματος Rolle στο κλειστό διάστημα  $[-\pi, \pi]$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύουν:

- $f'(x) - e^x - 1 = \frac{f(x) - e^x}{x}$  για κάθε  $x \in (0, +\infty)$
- $\int_e^{f(1)} e^{x^2} dx = e - f(1)$ .



**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $f(1) = e$ .

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση  $g(x) = \frac{f(x) - e^x}{x} - \ln x$ ,  $x > 0$  είναι σταθερή και στη συνέχεια να βρείτε τον τύπο της  $f$ .

**Μονάδες 4**

Αν  $f(x) = x \ln x + e^x$ ,  $x \in (0, +\infty)$ , τότε:

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι υπάρχει μοναδικό σημείο  $A(\rho, f(\rho))$  με  $\rho \in \left(0, \frac{1}{e^2}\right)$  στο οποίο η  $f$  παρουσιάζει ολικό ελάχιστο με τιμή  $f(\rho) = \rho \ln \rho - \ln \rho - 1$ .

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι  $f(x) > 0$  για κάθε  $x \in (0, +\infty)$ .

**Μονάδες 5**

**Δ5.** Αν  $F$  η αρχική συνάρτηση της  $f$  στο διάστημα  $(0, +\infty)$  τότε:

α) Να αποδείξετε ότι  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = +\infty$ .

**Μονάδες 4**

β) Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(\eta\mu^2 x + 2025)}{F(x)}$ .

**Μονάδες 3**