

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ
ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΑΝΩΤΕΡΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΒΑΣΗΣ 2025

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: ΠΕΜΠΤΗ, 26 ΙΟΥΝΙΟΥ 2025

8:00 – 11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΠΕΝΤΕ (5) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται τυπολόγιο το οποίο
αποτελείται από τρεις (3) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

A1 Δίνεται η λέξη: **ΑΣΤΕΡΟΜΑΤΑ**

α) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

(3 Μονάδες)

β) Να βρείτε πόσοι από τους πιο πάνω αναγραμματισμούς αρχίζουν από **T** και
τελειώνουν σε **P**.

(2 Μονάδες)

A2 Κώνος έχει διάμετρο βάσης 10cm και ύψος 12cm . Να υπολογίσετε:

α) τον όγκο του,

(2 Μονάδες)

β) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας.

(3 Μονάδες)

A3 Να βρείτε το αόριστο ολοκλήρωμα:

$$\int [x(x^2 - 5x) - 3]dx$$

A4 Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω με:

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{8}{15}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

α) $P(A \cup B)$

(1,5 Μονάδες)

β) $P(A - B)$

(1,5 Μονάδες)

γ) $P(A|B)$

(2 Μονάδες)

A5 Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = x^4 + 3\alpha^2 x^2 + 5, \quad x \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Να δείξετε ότι η συνάρτηση f είναι κυρτή στο \mathbb{R} για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

A6 Να βρείτε τη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $f''(x) = 12x^2 - 24x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$, η οποία παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο σημείο $(1, -7)$.

A7 Το κεντρικό μαθητικό συμβούλιο ενός Λυκείου αποτελείται από τον πρόεδρο, τον αντιπρόεδρο, τον γραμματέα, τον ταμία και τρία μέλη. Από αυτούς πρόκειται να επιλεγούν τρία άτομα για να εκπροσωπήσουν το σχολείο σε ένα συνέδριο της Παγκύπριας Συντονιστικής Επιτροπής Μαθητών (Π.Σ.Ε.Μ.). Να βρείτε με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η επιλογή αυτή αν:

α) δεν υπάρχει κανένας περιορισμός, (1,5 Μονάδες)

β) ο πρόεδρος πρέπει να συμπεριλαμβάνεται στην επιτροπή, (1,5 Μονάδες)

γ) δεν μπορούν να συμπεριληφθούν ταυτόχρονα στην επιτροπή ο αντιπρόεδρος και ο γραμματέας. (2 Μονάδες)

A8 Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $f'(x) = (x + 2)(5 - x), \forall x \in \mathbb{R}$.

α) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία. (3 Μονάδες)

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(26)$ και $f(2025)$, αιτιολογώντας την απάντησή σας. (2 Μονάδες)

A9 Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

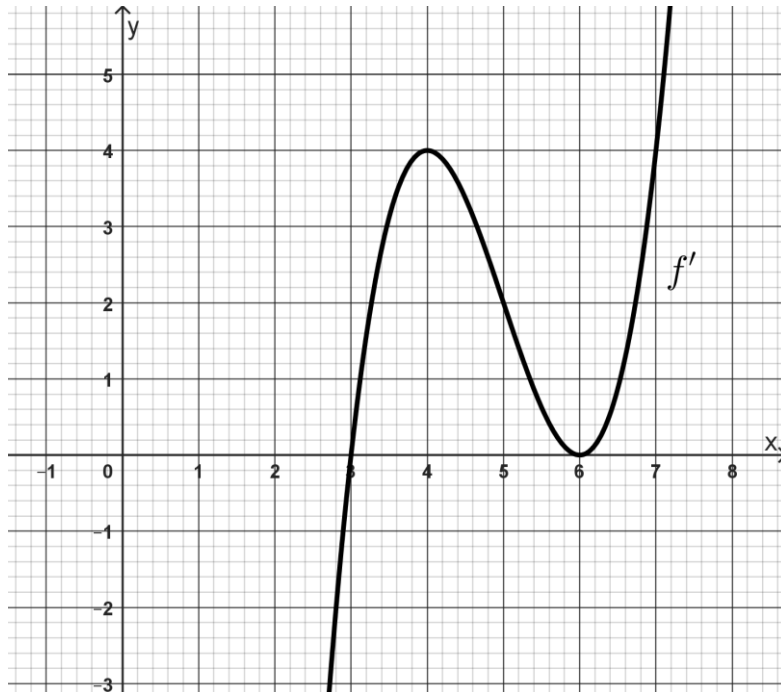
$$f(x) = x(x - \alpha)^2, \quad x \in [-1, +\infty), \alpha \in \mathbb{R}, \alpha > 1.$$

Η γραφική παράσταση της πιο πάνω συνάρτησης παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x = 1$.

α) Να υπολογίσετε την τιμή του α . (2 Μονάδες)

β) Αν $\alpha = 3$, να βρείτε και να χαρακτηρίσετε τα ακρότατα (τοπικά και ολικά) της συνάρτησης f . (3 Μονάδες)

- A10** Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $f(3) = 0$. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της παραγώγου της συνάρτησης f .



- α) i. Να προσδιορίσετε τα διαστήματα μονοτονίας της συνάρτησης f .
(2 Μονάδες)
- ii. Να βρείτε για ποια τιμή του x η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο και να το χαρακτηρίσετε.
(1 Μονάδα)
- β) Να βρείτε το πρόσημο της παράστασης $A = f(5) \cdot f''(3)$, αιτιολογώντας την απάντησή σας.
(2 Μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

**ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.
Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.**

B1 Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = 2x^3 - 6x^2$$

- α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και τα σημεία τομής της γραφικής της παράστασης με τους άξονες των συντεταγμένων. (2 Μονάδες)
- β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς:
- i. τη μονοτονία και τα τοπικά ακρότατα, (3 Μονάδες)
 - ii. την κυρτότητα και τα σημεία καμπής, (2 Μονάδες)
 - iii. τη συμπεριφορά της στα άκρα του πεδίου ορισμού της. (1 Μονάδα)
- γ) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . (2 Μονάδες)

B2 Στον πιο κάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μέγιστες ημερήσιες θερμοκρασίες, σε βαθμούς κελσίου ($^{\circ}\text{C}$), που καταγράφηκαν για 8 μέρες τον Δεκέμβριο του 2024 στον Πρόδρομο και στη Λευκωσία.

Θερμοκρασία στον Πρόδρομο (x)	Θερμοκρασία στη Λευκωσία (y)
2	6
4	4
5	10
6	13
8	10
9	14
10	19
12	20

- α) Να κατασκευάσετε το διάγραμμα διασποράς. (3 Μονάδες)
- β) Να υπολογίσετε τον γραμμικό συντελεστή συσχέτισης. (6 Μονάδες)
- γ) Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών. (1 Μονάδα)

B3 Ο ρυθμός μεταβολής της αξίας ενός καινούργιου αυτοκινήτου δίνεται από τη συνάρτηση:

$$V'(t) = 300(t - 12), \quad 0 < t < 12$$

όπου t είναι η ηλικία του αυτοκινήτου σε χρόνια. Αν η αξία του αυτοκινήτου ένα χρόνο μετά την αγορά του είναι €46550, να βρείτε:

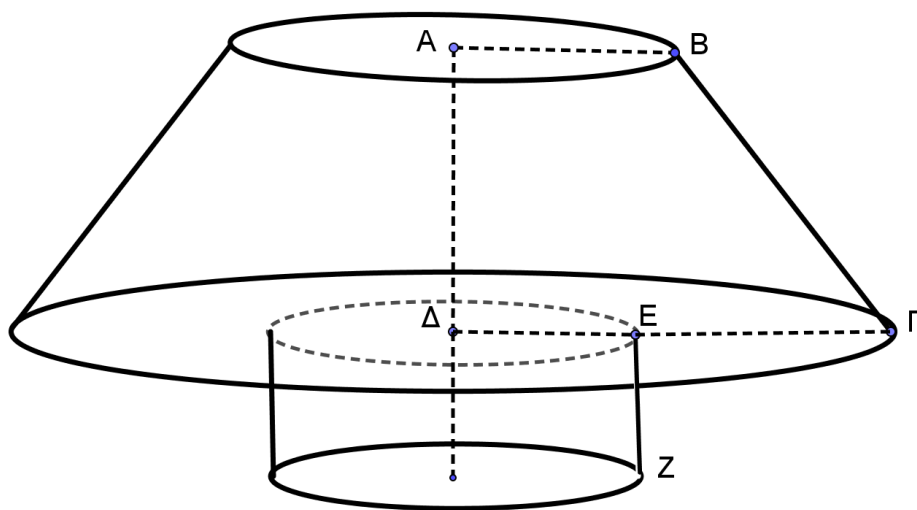
- α) τη συνάρτηση $V(t)$ της αξίας του αυτοκινήτου, (8 Μονάδες)
- β) την αξία του αυτοκινήτου 5 χρόνια μετά την αγορά του. (2 Μονάδες)

B4 Κατά τη θερινή περίοδο προσγειώνονται καθημερινά στα αεροδρόμια Λάρνακας και Πάφου αεροπλάνα σε ποσοστά 60% και 40%, αντίστοιχα. Το 10% των αεροπλάνων που προσγειώνονται στη Λάρνακα και το 4% των αεροπλάνων που προσγειώνονται στην Πάφο, κατά τη θερινή περίοδο, φτάνουν με καθυστέρηση.

Αν μια μέρα της θερινής περιόδου επιλέξουμε τυχαία ένα αεροπλάνο που προσγειώθηκε σε ένα από τα πιο πάνω αεροδρόμια, να υπολογίσετε την πιθανότητα:

- α) το αεροπλάνο να έχει φτάσει με καθυστέρηση, (6 Μονάδες)
β) το αεροπλάνο να έχει προσγειωθεί στη Λάρνακα, αν γνωρίζουμε ότι έφτασε με καθυστέρηση. (4 Μονάδες)

B5 Το πιο κάτω στερεό αποτελείται από ένα κύλινδρο και ένα κώλουρο κώνου. Το κέντρο της μεγάλης βάσης του κώλουρου κώνου συμπίπτει με το κέντρο Δ της βάσης του κυλίνδρου. Η ακτίνα ($\Delta\Gamma$) της μεγάλης βάσης του κώλουρου κώνου είναι διπλάσια από την ακτίνα (AB) της μικρής βάσης του. Ο όγκος του κώλουρου κώνου είναι $672\pi \text{ cm}^3$ και το ύψος του $A\Delta$ είναι ίσο με 8 cm . Ο κύλινδρος έχει ακτίνα βάσης $\Delta E = 5\text{ cm}$ και ύψος $EZ = 4\text{ cm}$.



- α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του στερεού. (8 Μονάδες)
β) Αν το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας του πιο πάνω στερεού είναι ίσο με το εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας, να υπολογίσετε τον όγκο της σφαίρας. (2 Μονάδες)

ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟΥ ΔΟΚΙΜΙΟΥ