



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
86<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ “Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ”  
17 Ιανουαρίου 2026  
Β΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις

$$A = [(-3)^3 + 27 - (-5)^3 + 10^2] \cdot (3^2 - 2^2), \quad B = \frac{9 \cdot (-5^3 + 10^2)^4}{(2^3 - 3)^2},$$

και να γράψετε τον αριθμό  $\frac{A}{B}$  ως δύναμη με βάση το 5.

**Πρόβλημα 2**

Να προσδιορίσετε όλες τις τιμές του θετικού ακέραιου  $\alpha$ , με  $1 \leq \alpha \leq 40$ , για τις οποίες το άθροισμα

$$MK\Delta\{\alpha, 20\} + MK\Delta\{\alpha, 40\}$$

- (α) λαμβάνει τη μικρότερη δυνατή τιμή του,  
(β) λαμβάνει τη μεγαλύτερη δυνατή τιμή του.

**Σημείωση.** Με  $MK\Delta\{\alpha, \beta\}$  συμβολίζουμε το μέγιστο κοινό διαιρέτη των ακέραιων  $\alpha, \beta$ .

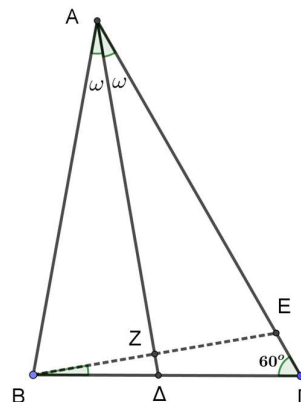
**Πρόβλημα 3**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με γωνία  $\hat{\Gamma} = 60^\circ$ . Το σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $B\Gamma$  είναι τέτοιο ώστε η  $A\Delta$  να είναι διχοτόμος της γωνίας  $\hat{A} = 2\omega$  και  $AB = AD$ . Για το σημείο  $E$  της πλευράς  $A\Gamma$  ισχύει ότι:  $AE = AB$ . Η ευθεία  $AD$  τέμνει την ευθεία  $BE$  στο σημείο  $Z$ .

(α) Να αποδείξετε ότι:  $BZ = ZE$ .

(β) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας  $\hat{\Gamma}\hat{B}E$ .

**Σημείωση.** Να κάνετε το δικό σας σχήμα στο γραπτό σας.



**Πρόβλημα 4**

Δίνονται οι θετικοί ακέραιοι

$$A = \overline{\alpha\beta\gamma} = 100\alpha + 10\beta + \gamma \quad \text{και} \quad B = \overline{\beta\gamma} = 10\beta + \gamma,$$

με  $\alpha \neq 0, \beta \neq 0, \gamma$  ψηφία. Αν ισχύει  $A - 3B = 542$ , να προσδιορίσετε όλες τις δυνατές τιμές του αριθμού  $A$ .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία!

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες



ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
86<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"  
17 Ιανουαρίου 2026  
Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Αν  $a + 4b = 5$ , να βρείτε την τιμή της παράστασης

$$A = (3a + 12b)^3 - (5a + 20b)^2 + \left[ 15 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^{-2} \right] : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-4}$$

και να τη γράψετε ως δύναμη με βάση το 5.

**Πρόβλημα 2**

Να προσδιορίσετε την ελάχιστη δυνατή τιμή του θετικού ακέραιου  $n$  για την οποία ο αριθμός  $A = 2178 \cdot n$  ισούται με το τετράγωνο θετικού ακέραιου και ο αριθμός  $B = 810 \cdot n$  ισούται με τον κύβο θετικού ακέραιου.

**Πρόβλημα 3**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με γωνία  $\widehat{A\Gamma B} = 60^\circ$ . Το σημείο  $\Delta$  της πλευράς  $B\Gamma$  είναι τέτοιο ώστε η  $A\Delta$  να είναι διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{B\hat{A}\Gamma} = 2\omega$  και  $AB = A\Delta$ .

Για το σημείο  $E$  της ευθείας  $A\Delta$  ισχύει ότι:  $AE = A\Gamma$ .

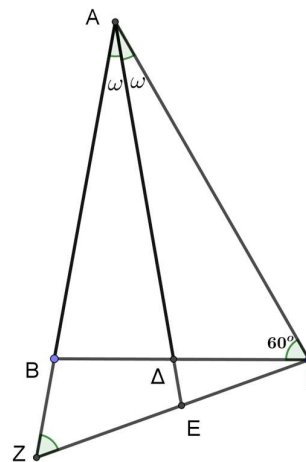
Οι ευθείες  $AB$  και  $\Gamma E$  τέμνονται στο σημείο  $Z$ .

(α) Να βρείτε το μέτρο των γωνιών  $\widehat{A\hat{B}\Gamma}$  και  $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .

(β) Να αποδείξετε ότι:  $\Gamma\Delta = \Gamma E$ .

(γ) Να βρείτε το μέτρο της γωνίας  $\widehat{AZ\Gamma}$ .

**Σημείωση.** Να κάνετε το δικό σας σχήμα στο γραπτό σας.



**Πρόβλημα 4**

Δίνονται οι θετικοί ακέραιοι

$$A = \overline{a\beta\gamma\delta} = 1000a + 100\beta + 10\gamma + \delta \quad \text{και} \quad B = \overline{\beta\gamma\delta} = 100\beta + 10\gamma + \delta,$$

με  $a \neq 0, \beta \neq 0, \gamma, \delta$  ψηφία. Αν ισχύει  $A - 5B = 1260$ , να προσδιορίσετε όλες τις δυνατές τιμές του αριθμού  $A$ .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες  
Καλή επιτυχία

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**  
**86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**  
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"**  
**17 Ιανουαρίου 2026**

**Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Πρόβλημα 1**

Να αποδείξετε ότι υπάρχουν άπειρες πεντάδες διαδοχικών θετικών ακεραίων των οποίων το άθροισμα είναι τέλειο τετράγωνο ακεραίου.

**Πρόβλημα 2**

Οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι θετικοί ακέραιοι τέτοιοι ώστε  $0 < \alpha < \beta$ . Να βρεθούν όλες οι δυνατές εξισώσεις δευτέρου βαθμού με άγνωστο το  $x$ , οι οποίες έχουν ρίζες

$$\rho_1 = \alpha^2 + \alpha\beta, \rho_2 = \alpha\beta + \beta^2,$$

των οποίων το γινόμενο  $\rho_1\rho_2$  είναι ίσο με το οκταπλάσιο του αθροίσματος  $\rho_1 + \rho_2$ .

**Πρόβλημα 3**

Να εξετάσετε αν μπορούμε να διαμερίσουμε τα στοιχεία του συνόλου  $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$  σε δέκα υποσύνολα με τρία στοιχεία το καθένα, που να είναι τέτοια ώστε ένα στοιχείο τους να ισούται με το άθροισμα των δύο άλλων.

**Σημείωση.** Στη διαμέριση του συνόλου  $A$  πρέπει να χρησιμοποιηθούν όλα τα στοιχεία του μία φορά το καθένα.

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται τετράγωνο  $ΑΒΓΔ$  πλευράς  $\alpha$ . Έστω  $E$  το μέσο της πλευράς  $ΓΔ$ . Η κάθετη ευθεία από την κορυφή  $Δ$  προς την ευθεία  $ΑΕ$  την τέμνει στο σημείο  $Z$  και τέμνει επίσης την διαγώνιο  $ΑΓ$  στο σημείο  $H$  και την πλευρά  $ΒΓ$  στο σημείο  $\Theta$ . Να αποδείξετε ότι:

(α)  $ΑΕ = ΔΘ$

(β)  $Δ\hat{E}A = Γ\hat{E}H$ .

(γ) Τα σημεία  $B, H$  και  $E$  είναι συνευθειακά.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*  
*Καλή επιτυχία*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



GREEK MATHEMATICAL SOCIETY  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ  
86<sup>ος</sup> ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ  
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"  
17 Ιανουαρίου 2026

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

**Πρόβλημα 1**

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$  και γωνία  $A\hat{\Gamma}B = 60^\circ$ . Το σημείο  $\Delta$  ανήκει στην πλευρά  $B\Gamma$  και είναι τέτοιο ώστε η  $A\Delta$  να είναι διχοτόμος της γωνίας  $B\hat{A}\Gamma = 2\omega$  και  $AB = A\Delta$ . Στην προέκταση του ευθυγράμμου τμήματος  $A\Delta$  προς το μέρος του  $\Delta$  παίρνουμε σημείο  $E$  έτσι ώστε  $AE = A\Gamma$ . Πάνω στο ευθύγραμμο τμήμα  $AE$  παίρνουμε σημείο  $I$  έτσι ώστε  $EI = \Gamma\Delta$ . Να αποδείξετε ότι:

- (α) Το  $I$  είναι το σημείο τομής των διχοτόμων του τριγώνου  $AB\Gamma$ .  
(β) Το τρίγωνο  $BIE$  είναι ισόπλευρο.

**Πρόβλημα 2**

Να προσδιορίσετε τα ζεύγη πραγματικών αριθμών  $(x, y)$  που είναι λύσεις του συστήματος:

$$|x - 3y| = 2x + y - 20$$

$$|2x + y| = 2x + 5.$$

**Πρόβλημα 3**

Να εξετάσετε αν μπορούμε να διαμερίσουμε τα στοιχεία του συνόλου  $A = \{1, 2, 3, \dots, 42\}$  σε 14 υποσύνολα με τρία στοιχεία το καθένα, που να είναι τέτοια ώστε ένα στοιχείο τους να ισούται με το άθροισμα των δύο άλλων.

**Σημείωση.** Στη διαμέριση του συνόλου  $A$  πρέπει να χρησιμοποιηθούν όλα τα στοιχεία του μία φορά το καθένα.

**Πρόβλημα 4**

Δίνεται η εξίσωση

$$x^2 - (\alpha + \beta)^3 x + 4\alpha\beta(\alpha + \beta) - 1 = 0,$$

όπου οι παράμετροι  $\alpha, \beta$  είναι θετικοί ακέραιοι. Να αποδείξετε ότι:

- (i) Η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες στο  $\mathbb{R}$ .  
(ii) Αν οι ρίζες της εξίσωσης είναι ρητοί αριθμοί, τότε  $\alpha = \beta$ .

Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες

Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες

Καλή επιτυχία

**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ**  
Πανεπιστημίου (Ελευθερίου Βενιζέλου) 34  
106 79 ΑΘΗΝΑ  
Τηλ. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr



**GREEK MATHEMATICAL SOCIETY**  
34, Panepistimiou (Eleftheriou Venizelou) Street  
GR. 106 79 - Athens - HELLAS  
Tel. 3616532 - 3617784 - Fax: 3641025  
e-mail : info@hms.gr  
www.hms.gr

**ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ**  
**86ος ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΟΣ ΜΑΘΗΤΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ**  
**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ "Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ"**  
**17 Ιανουαρίου 2026**  
**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Πρόβλημα 1.**

Να προσδιορίσετε όλες τις τριάδες πραγματικών αριθμών  $(x, y, z)$  που ικανοποιούν και τις τρεις εξισώσεις:

$$\frac{12x^2}{4 + 9x^2} = y, \quad \frac{12y^2}{4 + 9y^2} = z, \quad \frac{12z^2}{4 + 9z^2} = x.$$

**Πρόβλημα 2**

Να εξετάσετε αν μπορούμε να διαμερίσουμε τα στοιχεία του συνόλου  $A = \{1, 2, 3, \dots, 2025\}$  σε 405 υποσύνολα με πέντε στοιχεία το καθένα, που να είναι τέτοια ώστε ένα στοιχείο τους να ισούται με το άθροισμα των τεσσάρων άλλων.

**Σημείωση.** Στη διαμέριση του συνόλου  $A$  πρέπει να χρησιμοποιηθούν όλα τα στοιχεία του μία φορά το καθένα.

**Πρόβλημα 3**

Δίνεται ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB < B\Gamma$ . Έστω  $E, Z$  τα μέσα των πλευρών  $AD, B\Gamma$ , αντίστοιχα. Θεωρούμε σημείο  $H$  στην πλευρά  $\Gamma\Delta$  διαφορετικό από τα  $\Gamma$  και  $\Delta$  έτσι ώστε  $\Gamma H > H\Delta$ . Αν οι ευθείες  $HE$  και  $\Gamma A$  τέμνονται στο σημείο  $K$ , να αποδείξετε ότι η ευθεία  $EZ$  διχοτομεί τη γωνία  $K\hat{Z}H$ .

**Πρόβλημα 4**

Να προσδιορίσετε τα ζεύγη πραγματικών αριθμών  $(x, y)$  που είναι λύσεις του συστήματος:

$$|x - 3y| = 2x + y - a$$

$$|2x + y| = 2x + b,$$

όπου  $a \geq 0, b \geq 0$ , είναι πραγματικές παράμετροι.

*Κάθε θέμα βαθμολογείται με 5 μονάδες*  
*Καλή επιτυχία*

*Διάρκεια διαγωνισμού: 3 ώρες*