ΘΕΜΑ Γ1

$$f(x)=\frac{\kappa x^3+\mu x}{x^2+1},\ x\in R$$

Η γραφική παράσταση της f έχει οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$, άρα $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=l$, $l\epsilon R$

Αν κ≠0 τότε $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\kappa x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}(\kappa\ x)=\begin{cases}-\infty, & \alpha\nu\ \kappa<0\\ +\infty, & \alpha\nu\ \kappa>0\end{cases}$, άτοπο, άρα **κ=0,**

Τότε $f(x)=\frac{\mu x}{x^2+1}$ και _(χωρίς να απαιτούνται περιπτώσεις για το μ: ≠0, =0)_ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\mu x}{x^2+1}=$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\mu x}{x^2\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\mu\cdot\frac{1}{x}\cdot\frac{1}{1+\frac{1}{x^2}}\right]=\mu\cdot 0\cdot\frac{1}{1}=0=l$, για οποιαδήποτε τιμή του πραγματικού αριθμού μ.

Επομένως $f(x)=\frac{\mu x}{x^2+1}$, $\mu\in R$ και η f είναι παραγωγίσιμη στο R, ως ρητή, με $f\,'(x)=....=\frac{-\mu x^2+\mu}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Η f είναι παραγωγίσιμη στο 0 άρα η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $\mathrm{M}\left(0,\ f\left(0\right)\right)$, δηλ. στο $\mathrm{M}\left(0,\ 0\right)$ είναι η $\varepsilon_1: y-f(0)=f\,'(0)(x-0)\Leftrightarrow y=f\,'(0)x+f(0)\Leftrightarrow y=\mu x$ η οποία ταυτίζεται με την $\varepsilon_2: y=x$, άρα **μ=1.**